



۱- درستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید (به قیدها دقت کنید)؛ برای گزاره‌های درست دلیل بیاورید و برای گزاره‌های نادرست بیان کنید با چه تغییری برقرار خواهند شد (بدون توضیح خوب، نمره‌ای به جواب یک قسمت تخصیص نمی‌یابد).

- ۱.۱ در پاسخ به پرسش‌های مجموع بازه، زمان به روز رسانی در الگوریتم سطلی  $O(\log n)$  و الگوریتم مبتنی بر درخت  $O(1)$  است.
- ۲.۱ پیچیدگی زمانی الگوریتم کادویچی برای یافتن پوش محدب  $n$  نقطه با فرض اینکه پوش محدب  $n^{1/3}$  رأس داشته باشد،  $O(n^{2/6})$  است.
- ۳.۱ ارتفاع درخت کارتیزین برای دنباله‌ی ۵، ۳، ۱، ۴، ۵، ۶، ۸ و ۹ سه است (عدد اول پنج است).
- ۴.۱ در محاسبه‌ی مساحت یک چند ضلعی ساده (محدب یا نامحدب) با هفت رأس به کمک فقط ضرب خارجی، انجام پنج ضرب خارجی کافی است.
- ۵.۱ اگر طول متن  $n$  حرف و طول الگو  $n^{1/2}$  حرف باشد، پیچیدگی زمانی جستجوی الگو در متن با استفاده از الگوریتم KMP  $O(n^{3/2})$  است.
- ۶.۱ در آرایه‌ی next در الگوریتم KMP برای رشته‌ی «kmpkmpkmp»، دو خانه با مقدار ۳ وجود دارند.
- ۷.۱ برای پاسخ دادن به پرسش‌های کمینه‌ی بازه، از الگوریتم سطلی با سطلهایی با اندازه‌ی  $n \log^2$  استفاده می‌کنیم. همچنین، از الگوریتم پویای  $n \log n$  (جدولی برای نگهداری کمینه‌ی هر عنصر تا  $2^i$  عنصر بعدی) برای پیدا کردن کمینه‌ی یک بازه از کمینه‌ی سطلهای استفاده می‌کنیم. پیچیدگی زمانی پاسخ به هر پرسش با این ساختمان داده  $O(1)$  است.

۲- در ساختمان داده‌ی صف کمینه (MinQueue)، فرض کنید ابتدا دو عدد درج، سپس یک عدد حذف، سپس دو عدد درج، سپس دو عدد حذف، سپس پنج عدد درج، سپس یک عدد حذف می‌شود. با دلیل بیان کنید در این ساختمان داده پشت‌پشتی خروجی (پشته‌ی دوم در پیاده‌سازی الگوریتم MinQueue) چند بار و در هنگام کدام یک از این عملیات خالی می‌شود؟

۳- برای یافتن پایین‌ترین جد مشترک یک درخت با  $n$  رأس با پیش پردازش  $O(n \log n)$ ، بیان کنید که مقدار  $v.parents2[i]$  با توجه به مقدار آرایه‌ی  $parents2$  برای اعداد  $v$  چگونه در زمان  $O(1)$  محاسبه می‌شود.

۴- کمربندی شهر نائل به شکل یک چند ضلعی نامحدب است و متأسفانه در تصاویر ماهواره‌ای بسیار زشت است (البته به نظر شهردار نائل). شهردار که یک هنرمند است، ایده‌ی درخشانی دارد که این وضعیت را بهبود دهد تا در نهایت موجب پیشرفت بیش از پیش شهر نائل شود. ایده‌ی شهردار احداث کمربندی جدیدی دور کمربندی قدیم است. با حل این مسئله به او کمک کنید: یک چند ضلعی نامحدب با  $n$  رأس داده می‌شود (فرض کنید رأس‌های چند ضلعی در ترتیب جهت عقربه‌های ساعت داده شده باشند). الگوریتمی با پیچیدگی زمانی  $O(n)$  ارائه دهید که پوش محدب رأس‌های این چند ضلعی را محاسبه نماید.