



دانشجوی گرامی، لطفاً موارد زیر را به دقت مطالعه و رعایت کنید.

۱) حتمنام، نام خانوادگی، عنوان درس و نام استاد درس را در پاسخ‌نامه بنویسید.

۲) شماره‌ی تماس خود را روی پاسخ‌نامه بنویسید؛ ممکن است بعد از امتحان برای توضیح در مورد پاسخ‌ها با شما تماس گرفته شود.

۳) از برگه‌های سفید به همراه خودکار مشکی برای پاسخ به پرسش‌ها استفاده کنید.

۴) تصویر پاسخ‌نامه‌ی فرستاده شده باید دارای کیفیت ووضوح کافی باشد.

۵) در قبال پاسخ ارسال شده باید پاسخ‌گو باشید و در صورت مشاهده‌ی هر گونه تخلف یا تقلب موارد به کمیته انضباطی ارجاع داده می‌شوند.

در پرسش‌های این آزمون α و β را با دو رقم کم ارزش شماره‌ی دانشجویی خودتان جایگزین کنید. برای مثال اگر شماره‌ی دانشجویی شما ۹۸۷۶۵۴۳۲۱ باشد، باید مقدار α را برابر ۱ و مقدار را β برابر ۲ قرار دهید. اگر برخی از متغیرهای لازم برای حل یک مسئله نامشخص هستند، با در نظر گرفتن یک فرض منطقی برای آن متغیرها مسئله را حل کنید.

۱- درستی گزاره‌های زیر را با دلیل مشخص کنید. بدون توضیح خوب، نمره‌ای به جواب یک قسمت تخصیص نمی‌یابد. علاوه بر آن، برای ۴۵ گزاره‌های نادرست مثال نقض بیاورید یا بیان کنید با چه تعییری در قسمت اصلی گزاره برقرار خواهند شد.

۱.۱ ارتفاع درخت کارتزین یک دنباله از $\alpha + 1000 - \alpha + 1000$ عدد می‌تواند باشد.

۲.۱ در آرایه‌ی پسوندی ممکن است عناصر تکراری ظاهر شوند.

۳.۱ در جستجوی رشته‌ای اگر طول رشته n و طول الگو $\frac{\alpha+1}{\alpha+2}n$ باشد، پیچیدگی جستجوی رشته‌ای با استفاده از الگوریتم KMP $\Theta(n^{\alpha+1})$ هست.

۴.۱ طول رشته‌ای هشت است و از دو حرف ۱ و ۲ تشکیل شده است. آرایه‌ی پسوندی این رشته می‌تواند $\langle ۳, ۴, ۵, ۸, ۱, ۲, ۶, ۷ \rangle$ باشد (عنصر اول عدد سه هست).

۵.۱ در الگوریتم خط جاروب برای یافتن تقاطع n پاره خط افقی و عمودی امکان دارد پیچیدگی زمانی الگوریتم (بدون در نظر گرفتن مرتب‌سازی رخدادها در ابتدای الگوریتم) $O(n)$ شود.

۶.۱ فرض کنید در پیاده‌سازی ساختمان داده‌ی MinQueue (صفی که کمینه‌ی اعداد داخل آن را در زمان سرشکن $O(1)$ بر می‌گرداند) همانطور که در کلاس دیده‌ایم از دو پشتنه استفاده شود. اگر 1000 عدد در این ساختمان داده درج شوند، $10 \times (\alpha + 2) \times (\beta + 3)$ عدد حذف شوند و باشد، حداقل یک بار و حداقل به تعداد عملیات درج، پشتنه اول (پشتنه‌ی ورودی) خالی می‌گردد.

۲- فرض کنید در یک شبکه‌ی شار (که هزینه‌ی جریان هر واحد شار از هر یال آن مشخص شده است)، شار بیشینه‌ی f با اندازه‌ی $5 + \alpha$ و هزینه‌ی کمینه‌ی $5 + \beta$ موجود باشد. اگر هزینه‌ی همه‌ی یال‌ها به اندازه‌ی یک واحد افزایش یابد، الف) با دلیل بیان کنید چه تعییری در بزرگی شار بیشینه با هزینه‌ی کمینه ایجاد می‌شود. ب) با دلیل بیان کنید چه تعییری در هزینه شار بیشینه با هزینه‌ی کمینه ایجاد می‌شود.



دانشجوی گرامی، لطفاً موارد زیر را به دقت مطالعه و رعایت کنید.

۱) حتماً نام، نام خانوادگی، عنوان درس و نام استاد درس را در پاسخ‌نامه بنویسید.

۲) شماره‌ی تماس خود را روی پاسخ‌نامه بنویسید؛ ممکن است بعد از امتحان برای توضیح در مورد پاسخ‌ها با شما تماس گرفته شود.

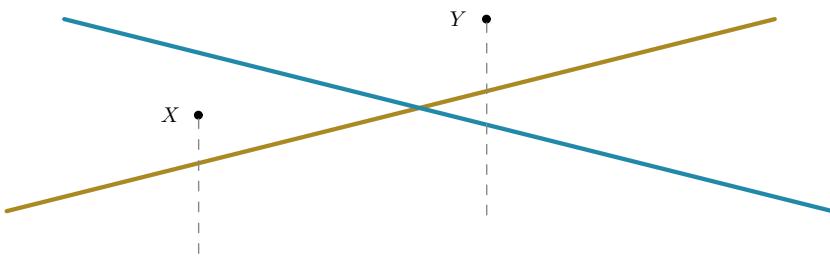
۳) از برگه‌های سفید به همراه خودکار مشکی برای پاسخ به پرسش‌ها استفاده کنید.

۴) تسویه‌ی پاسخ‌نامه‌ی فرستاده شده باید دارای کیفیت و وضوح کافی باشد.

۵) در قبال پاسخ ارسال شده باید پاسخ‌گو باشید و در صورت مشاهده‌ی هر گونه تخلف یا تقلب موارد به کمیته انضباطی ارجاع داده می‌شوند.

- ۳- در یکی از الگوریتم‌های یافتن پایین‌ترین جد مشترک، برای هر رأس اجداد توان دو آن در آرایه‌ای ذخیره می‌شود. اگر هر دو رأس ورودی در عمق $\alpha + \beta + 20$ باشند و عمق جد مشترک ۱۰ باشد، در چند گام جد مشترک دو رأس محاسبه می‌شود؟ گام‌ها (تغییر عمق رأس‌ها) را بیان کنید.

- ۴- مختصات چهار نقطه‌ی متمایز A, B, C و D روی صفحه داده می‌شوند. دو خط را در نظر بگیرید: خطی که از A و B عبور می‌کند و خطی که از C و D عبور می‌کند. دقت کنید که مکان و ترتیب نقاط روی خطها مشخص نیستند (برای نمونه ممکن است نقطه‌ی A در سمت چپ B باشد یا عکس آن). به عنوان پرسش مختصات نقطه‌ی Q داده می‌شود. الگوریتمی ارائه دهید که مشخص کند Q میانی هست یا خیر. یک نقطه میانی هست اگر و فقط اگر وقتی از آن یک نیم خط موازی با محور Y و به سمت پایین کشیده شود، فقط یکی از دو پاره خط را قطع کند. برای نمونه، نقطه‌ی X در شکل زیر میانی هست ولی نقطه‌ی Y نیست. در الگوریتم از ضرب خارجی استفاده کنید (استفاده از رابطه‌ی خطها مجاز نیست).



- ۵- دو نفر به صورت نوبتی با تعدادی سنگ بازی می‌کنند. هر نفر در نوبت خودش باید یا به تعداد $\lceil \frac{m}{3} \rceil$ سنگ بردارد (تعداد سنگ‌های موجود در زمان حرکت است). بازنشده کسی است که در نوبتش نتواند به تعداد مجاز سنگ بردارد. جدول وضعیت بازی را تا ده سنگ نشان دهید.