



۱- درستی گزاره‌های زیر را با دلیل و توضیح خوب (کوتاه ولی دقیق) مشخص کنید. همچنین، مشخص کنید که گزاره‌های نادرست با چه تغییری برقرار می‌شوند.

- ۱.۱ اگر از n نقطه‌ی ورودی، فقط تعداد ثابتی از آنها در پوش محدب ظاهر شوند، پیچیدگی الگوریتم افزایشی $O(n)$ خواهد بود.
- ۲.۱ یک چند ضلعی ساده‌ی نامحدب با حداقل چهار رأس ممکن است قطر نداشته باشد.
- ۳.۱ دوگان چند نقطه که روی یک خط عمودی قرار دارند، تعدادی خط می‌شود که از یک نقطه‌ی مشترک عبور می‌کنند.
- ۴.۱ ساختن چینش خطوط به کمک خط جارب سریع‌تر از ساختن آن با الگوریتم افزایشی است.
- ۵.۱ در الگوریتم افزایشی محاسبه‌ی پوش محدب در حالت سه بعدی، برای محاسبه‌ی مرز سایه‌ها الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(\log n)$ نمی‌تواند وجود داشته باشد.
- ۶.۱ در مسئله‌ی گالری هنر در یک نقشه‌ی چند ضلعی با n رأس، برای محافظت از نمایشگاه همواره حداقل $\lfloor n/3 \rfloor$ دوربین لازم است.
- ۷.۱ در ساختن چینش خطوط به صورت افزایشی، پیچیدگی زمانی اضافه کردن خط شماره‌ی m به چینش خطوط $1 - m$ رأس قبلی، $O(m^2)$ است.
- ۸.۱ فرض کنید پوش محدب m نقطه، n رأس داشته باشد. این m نقطه را به صفحه‌ی دوگان نگاشت کنید. اگر تعداد خط‌هایی که در پاکت (Envelope) بالایی ظاهر می‌شوند را با تعداد خط‌هایی که در پاکت پایینی ظاهر می‌شوند جمع کنید، حاصل n می‌شود.

۲- دوگان سه پاره خط که روی خط‌های موازی هستند چیست؟

۳- در الگوریتم چن برای یافتن پوش محدب نقاط در صفحه، با دلیل و با توجه به گام‌های الگوریتم توضیح دهید که بهترین عملکرد این الگوریتم در چه صورتی رخ می‌دهد.

۴- به عنوان ورودی n نقطه در صفحه و پوش محدب آنها داده می‌شوند. فرض کنید یکی از نقاط ورودی حذف شود. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n)$ برای محاسبه‌ی پوش نقاط باقی‌مانده ارائه دهید یا اثبات کنید که الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n)$ برای این کار وجود ندارد.

۵- تعداد n نقطه‌ی قرمز، n نقطه‌ی آبی و مقدار عدد d داده می‌شوند. الگوریتم سریعی ارائه دهید که دو خط عمودی موازی با فاصله‌ی d را بیابد که بین آن دو خط حداقل یک نقطه‌ی قرمز باشد و هیچ نقطه‌ی آبی نباشد.