



۱- درستی گزاره‌های زیر را بررسی نمایید. برای گزاره‌های نادرست مثال نقض بیاورید و برای گزاره‌های درست دلیل بیان کنید.

۱.۱ در نمودار ورونویی هیچ دو ناحیه‌ای در بیش از یک یال مشترک نیستند.

۲.۱ در الگوریتم فرچون، فرض کنید نقطه‌ی  $p$  بالای سهمی یکی از سایت‌های بالای خط جاروب باشد. نزدیک‌ترین سایت به نقطه‌ی  $p$  از بین همه‌ی سایت‌ها قطعاً بالای خط جاروب است.

۳.۱ در یک مثلث‌بندی، اگر هیچ رأسی در دایره‌ی محاطی هیچ مثلثی نباشد، پشت و رو (Flip) کردن هر یال موجب بزرگ‌تر شدن دنباله‌ی درجه‌ها می‌شود.

۴.۱ در ساختمان داده‌ی جستجوی نقشه‌ی دوزنقه، هر رأس میانی دقیقاً دو فرزند و هر فرزند حداکثر سه پدر دارد.

۵.۱ اگر یک سایت به نمودار ورونویی اضافه شود، در بین ناحیه‌هایی که تغییر داده می‌شوند، امکان دارد دو ناحیه‌ی ورونویی باشند که با هم همسایه نبودند.

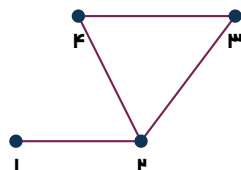
۶.۱ در یک درخت چهارتایی (Quadtree) برای تعدادی نقطه، عمق درخت فقط به تعداد نقطه‌های ورودی وابسته است.

۷.۱ برای تعدادی نقطه در صفحه، تعداد یال‌های نمودار ورونویی این نقاط با تعداد یال‌های مثلث‌بندی دلانی آنها برابر است.

۸.۱ اگر یک برنامه‌ی خطی با  $k$  محدودیت دقیقاً یک جواب داشته باشد، می‌توان  $k - 2$  عدد از این محدودیت‌ها را حذف کرد بدون اینکه جواب تغییر کند.

۲- در الگوریتم Kirkpatrick برای مکان‌یابی نقاط، فرض کنید تعداد مثلث‌بندی‌ها ۱۰ باشد. اگر هر مثلث در مثلث‌بندی  $T_{i+1}$  با حداکثر ۵ مثلث در مثلث‌بندی  $T_i$  تقاطع داشته باشد، به ازای هر نقطه‌ی پرسش، حداکثر چند مثلث بررسی می‌شوند؟

۳- گراف بی‌جهت  $G$  با  $n$  رأس را در نظر بگیرید. یک زیر مجموعه از رأس‌های این گراف چیره است، اگر هر رأس گراف یا در این مجموعه باشد یا با یکی از رأس‌های این مجموعه مجاور باشد. برنامه‌ی خطی صحیحی با تعداد چند جمله‌ای محدودیت برای یافتن کوچک‌ترین مجموعه‌ی چیره از رأس‌های  $G$  ارائه دهید. برای نمونه، در گراف روبرو مجموعه‌ی  $\{۲\}$  کوچک‌ترین مجموعه‌ی چیره‌ی این گراف است. راهنمایی: به ازای هر رأس یک متغیر تصمیم در نظر بگیرید.



۴- به تعداد  $n$  نقطه‌ی قرمز و  $n$  نقطه‌ی آبی در صفحه داده می‌شوند. هر پرسش یک نقطه مثل  $p$  است. خروجی مسیری از نقطه‌ها است که به صورت زیر حاصل می‌شود: نزدیک‌ترین نقطه‌ی قرمز به  $p$  محاسبه می‌شود ( $p_1$ ), سپس نزدیک‌ترین نقطه‌ی آبی به  $p_1$  محاسبه می‌شود ( $p_2$ ), نزدیک‌ترین نقطه‌ی قرمز به  $p_2$  محاسبه می‌شود ( $p_3$ ) و ... تا اینکه به یک نقطه‌ی تکراری برسیم. الف) طول مسیر خروجی به ازای یک پرسش حداکثر چقدر است؟ ب) الگوریتمی با پیچیدگی زمانی پیش‌پردازش  $O(n \log n)$  و پیچیدگی زمانی پاسخ به هر پرسش  $O(n)$  برای پاسخ به پرسش‌ها ارائه دهید.