



۱- درستی گزاره‌های زیر را با دلیل مشخص کنید. بدون توضیح خوب، نمره‌ای به جواب یک قسمت تخصیص نمی‌یابد (برای گزاره‌های نادرست مثال نقض بیاورید یا بیان کنید با چه تغییری در قسمت اصلی گزاره برقرار خواهند شد).

۱.۱ برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر بین دو رأس در یک گراف جهت‌دار بدون دور منفی، می‌توان قدر مطلق وزن منفی‌ترین یال را به وزن همهی یال‌ها اضافه کرد و سپس از الگوریتم دایکسترا استفاده نمود.

۲.۱ اگر سه واحد به ظرفیت همهی یال‌های یک شبکه‌ی شار اضافه شود، جریان شار بیشینه سه واحد افزایش می‌یابد.

۳.۱ اگر هزینه‌ی همهی یال‌های یک شبکه‌ی شار با ثابت سه ضرب شود، هزینه‌ی شار بیشینه با هزینه‌ی کمینه سه برابر می‌شود ولی مقدار جریان آن ثابت می‌ماند.

۴.۱ در بازی سنگ‌ها، اگر هر بازیکن در نوبت خودش دو یا سه سنگ را بتواند بردارد و ده سنگ موجود باشند، نفر اول می‌تواند به شکلی بازی کند که حتما برنده باشد.

۵.۱ پیچیدگی زمانی محاسبه‌ی مقدار یک تابع درهم‌سازی گردشی (Rolling Hash) برای همهی زیررشته‌های با طول k از یک رشته با طول n برابر $\Theta(nk)$ است.

۶.۱ در حل چهار معادله‌ی خطی با چهار مجهول با روش پایین مثلثی کردن ماتریس ضرایب، ابتدا سه خانه در سطر اول، سپس دو خانه در سطر دوم و در پایان یک خانه از سطر سوم صفر می‌شود.

۷.۱ در الگوریتم خط جاروب برای یافتن تقاطع n پاره خط افقی و عمودی، اگر فقط یک پاره خط افقی باشد، پیچیدگی زمانی یافتن تقاطع این پاره خط‌ها (بدون در نظر گرفتن پیچیدگی زمانی مرتب‌سازی اولیه) $O(n)$ خواهد بود.

۲- در الگوریتم ساختن آرایه‌ی پسوندی برای یک رشته به طول n ، فرض کنید در مرحله‌ی دوم (پس از مرتب‌سازی با توجه به دو حرف اول) دو سطل موجود باشند. در سطل اول به ترتیب پسوندهای سه، یک، دو و هفت و در سطل دوم به ترتیب پسوندهای نه، پنج، هشت، چهار و شش قرار داشته باشند. سطل‌ها و ترتیب آنها را در پایان گام سوم الگوریتم مشخص کنید.

۳- درخت سگمنت را برای بازه‌های $(۲, ۸)$ ، $(۳, ۵)$ و $(۴, ۷)$ بسازید و مشخص کنید که برای پرسش ۶ چه رأس‌هایی از درخت پیمایش می‌شوند و چه بازه‌هایی به عنوان خروجی چاپ می‌شوند.

۴- اعداد یک تا بیست روی تخته نوشته شده‌اند و دو نفر به نوبت بازی می‌کنند. هر نفر در نوبت خود دو، سه یا چهار عدد فرد موجود روی تخته را پاک می‌کند و مجموع آنها را روی تخته می‌نویسد. بازنده کسی است که نتواند حرکتی انجام دهد (کمتر از دو عدد فرد در تخته موجود باشد). با دلیل (به کمک جدول وضعیت بازی) مشخص کنید کدام بازیکن استراتژی برد دارد.