



۱- درستی گزاره‌های زیر را بررسی نمایید. برای گزاره‌های غلط مثال نقض بیاورید و درستی گزاره‌های صحیح را نشان دهید.

۱.۱ گراف قابلیت دید همواره $O(n)$ یال دارد (n مجموع تعداد اضلاع موانع است).

۲.۱ تعداد برگ‌های ساختمان داده‌ی جستجو در الگوریتم مکان‌یابی نقاط با استفاده از نقشه‌ی دوزنقه، می‌تواند $\Theta(n^2)$ باشد (n تعداد یال‌های نقشه است).

۳.۱ می‌توان نمودار ورونویی و ساختمان داده‌ی مکان‌یابی نقاط را به صورتی با هم ترکیب کرد که پس از پیش‌پردازش، نزدیک‌ترین سایت به هر نقطه‌ی پرسش با پیچیدگی زمانی $O(\log n)$ محاسبه شود (n تعداد سایت‌ها است).

۴.۱ پیچیدگی بدترین حالت ساختمان داده‌ی درخت kd برای جستجوی بازه‌ای نقاط در فضای دو بعدی $O(\log n + k)$ است که در آن n تعداد نقاط و k تعداد نقطه‌های خروجی است.

۲- با فرض اینکه دقیقاً یک جواب بهینه برای یک برنامه‌ی خطی وجود داشته باشد، بهترین عملکرد الگوریتم Seidel در چه حالتی رخ می‌دهد؟

۳- برای بازه‌های $(0, 19)$ ، $(2, 3)$ ، $(1, 4)$ ، $(5, 8)$ ، $(9, 11)$ ، $(6, 10)$ ، $(13, 17)$ ، $(14, 15)$ و $(12, 18)$ درخت Interval را بسازید و مشخص کنید برای یافتن بازه‌هایی که نقطه‌ی $x = 5$ را در بر دارند، کدام رأس‌های درخت پیمایش می‌شوند.

۴- به عنوان ورودی، مرکز و شعاع n دایره‌ی وزن‌دار در صفحه داده می‌شوند؛ نماد w_i وزن دایره‌ی i -ام را نشان می‌دهد. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n \log n)$ ارائه دهید که خطی عمودی را بیابد که مجموع وزن دایره‌هایی که قطع می‌کند بیشینه باشد.

۵- به عنوان ورودی، مختصات n نقطه‌ی آبی و n نقطه‌ی قرمز در صفحه داده می‌شوند. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n \log n)$ ارائه دهید که کوچک‌ترین دایره‌ای را بیابد که شامل دقیقاً یک نقطه‌ی آبی و یک نقطه‌ی قرمز باشد.

۶- گراف بی‌جهت G را در نظر بگیرید. یک زیر مجموعه از رأس‌های این گراف، کامل است، اگر بین هر دو رأس از آن زیر مجموعه یک یال وجود داشته باشد. برنامه‌ریزی خطی صحیحی برای یافتن بزرگ‌ترین زیر مجموعه‌ی کامل از رأس‌های G ارائه دهید. برای نمونه، در گراف روبرو مجموعه‌ی $\{2, 3, 4\}$ بزرگترین زیر مجموعه‌ی کامل رأس‌های این گراف است.

