

امتحان میانی هندسه‌ی محاسباتی

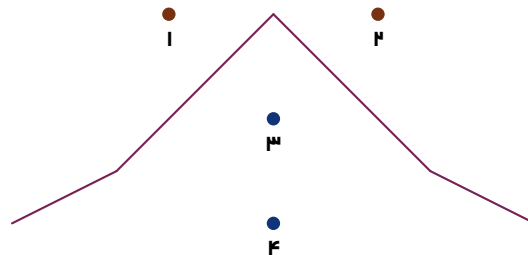
مجموع نمره‌ها: ۱۰۰

زمان آزمون: ۸۰ دقیقه

۱ (۲۵) با فرض اینکه همه‌ی نقطه‌ها روی پوش محدب قرار داشته باشند، وضعیت‌ی از n نقطه را مشخص کنید که در آن الگوریتم Quick Hull بهترین عملکرد را داشته باشد.

۲ (۲۵) شکل دوگان دو پاره خط را که روی یک خط قرار دارند و با هم اشتراکی ندارند، نشان دهید.

۳ (۲۵) به تعداد n نقطه‌ی قرمز و n نقطه‌ی آبی داده می‌شوند. الگوریتمی کارا ارائه دهید که همه‌ی ناحیه‌هایی از صفحه را پیدا کند که نزدیک‌ترین نقطه به آنها هم قرمز باشد و هم آبی. برای نمونه، اگر در شکل زیر نقطه‌های یک و دو قرمز و نقطه‌های سه و چهار آبی باشند، نزدیک‌ترین همسایه‌ی نقطه‌هایی که روی خط‌های این شکل هستند هم قرمز است و هم آبی. پیچیدگی الگوریتم را نیز محاسبه نمایید.



۴ (۲۵) ترتیبی از n نقطه را در نظر بگیرید و نقطه‌های متوالی از این ترتیب را با یک خط مستقیم به هم وصل کنید ($n - 1$ پاره خط ایجاد می‌شوند). این ترتیب چپ‌گرد است اگر در هیچ یک از $n - 2$ نقطه‌ی میانی به سمت راست گردش انجام نشود. الگوریتمی کارا ارائه دهید که با گرفتن n نقطه، یک ترتیب چپ‌گرد از آنها را بیابد. برای نمونه، در شکل بالا ترتیب ۴ سپس ۲ سپس ۱ و سپس ۳ چپ‌گرد است اما ترتیب ۲ سپس ۴ سپس ۳ و سپس ۱ چپ‌گرد نیست. پیچیدگی الگوریتم را نیز محاسبه نمایید.