

آزمون میانی درس آمادگی برای مسابقات برنامه‌نویسی

مجموع نمره‌ها: ۱۰۰

زمان آزمون: ۸۰ دقیقه

اگر از الگوریتم‌های مطرح شده در کلاس در دو سؤال اول استفاده می‌کنید، بیان جزئیات آنها لازم نیست ولی ارتباط، شیوهی استفاده از آنها و پیچیدگی الگوریتم حاصل را باید کامل و واضح بیان کنید.

- ۱ (۲۵) «نایس» یکی از دانشجویان ورودی سال ۷۹۲ ه.م. (هجری-مریخی) است که درس «آمادگی برای مسابقات برنامه‌نویسی» را می‌گذراند (برای مخفی نگه داشتن هویت وی، حروف نام او را جابجا کرده‌ایم). نایس و برخی از دوستانش اعتقاد دارند درس‌های الگوریتمی را باید به صورت حفظی و فقط از روی یادداشت دیگران مطالعه کرد. جزوه‌ای که او تهیه کرده است p عبارت مشکوک دارد که طول هر یک حداکثر q حرف است. برای بررسی درستی این عبارت‌ها، او جزوه‌ی دیگری را تهیه کرده است (دنباله‌ای از n حرف که $n > q$). یک عبارت مشکوک از جزوه‌ی اول درست است اگر در جزوه‌ی دوم نیز ظاهر شود. با ارائه‌ی الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(pn)$ به نایس کمک کنید تا درستی عبارت‌های مشکوک جزوه‌ی اول را بررسی کند.
- ۲ (۳۰) نایس و برخی از دوستانش که در بسیاری از جلسه‌های درس غیبت کرده‌اند، دچار عذاب وجدان شده‌اند. هر جلسه غیبت متناسب با تعداد غایبین آن جلسه در ذهن استاد درس تأثیر منفی می‌گذارد و در نمره‌ی پایانی، حاصل ضرب تأثیر منفی روزهای غیبت برای هر دانشجو در نظر گرفته می‌شود. برای مثال اگر به ترتیب جلسه‌ها ۳، ۱، ۱، ۲، ۲، ۵، ۱ و ۲ نفر غایب بوده باشند، کسی که در همه‌ی این جلسه‌ها غایب باشد نمره‌ی منفی ۱۲۰ و کسی که فقط در سه جلسه‌ی آخر غایب باشد نمره‌ی منفی ۱۰ را کسب خواهد کرد. نایس می‌خواهد بداند که اگر فقط در بازه‌ای از جلسه‌ها غیبت داشت (مثلاً از جلسه‌ی دوم تا پنجم) نمره‌ی منفی وی چه مقدار می‌شد (مثلاً چهار). با فرض n جلسه، الگوریتمی با پیچیدگی حافظه‌ی $O(n)$ کلمه و پیچیدگی زمانی $O(\sqrt{n})$ به ازای هر پرسش ارائه دهید. ساختمان داده‌ی این الگوریتم را برای نمونه‌ی ذکر شده بسازید.
- ۳ (۲۰) با استفاده از دو پشته، کمینه‌ی هر زیر دنباله‌ی سه تایی متوالی از دنباله‌ی ۳، ۹، ۲، ۴، ۳، ۷، ۲ و ۸ (عدد اول ۳ است) را بیابید (از الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(n)$ استفاده کنید). وضعیت دو پشته و عمل انجام شده روی آنها را در هر گام الگوریتم نشان دهید.
- ۴ (۲۵) برای پسوندی (Suffix Trie) را برای رشته‌ی $abaabbabc$ بسازید و نشان دهید چگونه رخداد یک رشته مثل abb را می‌توان در آن بررسی کرد. در حالت کلی، برای یک رشته با طول n ، بیشینه و کمینه‌ی تعداد رأس‌ها و ارتفاع این درخت را با دلیل بیان کنید.