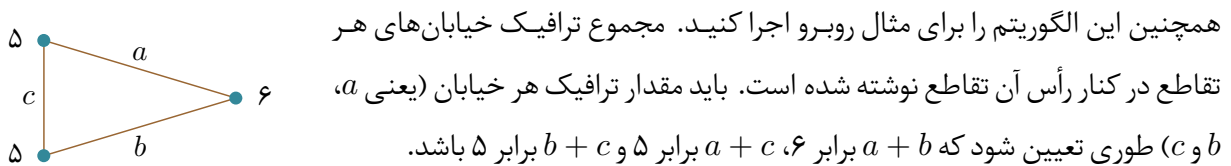
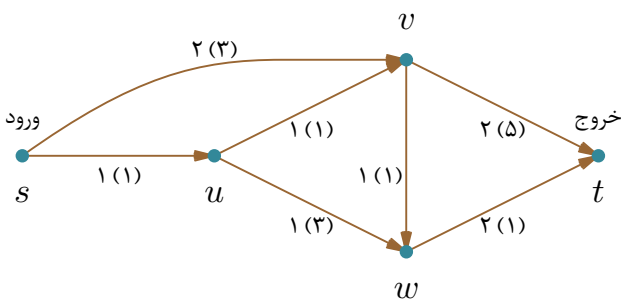


## آزمون پایانی درس آمادگی برای مسابقات برنامه‌نویسی

۱ (۲۰) نقشه‌ی شهر نامل مشابه یک گراف همبند بدون جهت است: رأس‌های آن تقاطع‌ها هستند که با تعدادی خیابان به هم وصل شده‌اند. شهردار جدید قصد دارد ترافیک عبوری از هر خیابان را بدست آورد. اما متأسفانه فقط مجموع ترافیک خیابان‌های هر تقاطع شهر را در اختیار دارد. شهردار از «نایس» خواسته است ترافیک هر خیابان را بیابد (نایس خواهرزاده‌ی شهردار و یکی از دانشجویانی است که درس «آمادگی برای مسابقات برنامه‌نویسی» را می‌گذراند؛ وی به تازگی به عنوان دستیار شهردار منسوب شده است). با ارائه‌ی الگوریتمی با پیچیدگی زمانی چند جمله‌ای به نایس کمک کنید.



۲ (۲۵) شهر نامل  $n$  نماینده دارد و هر یک از آنها یک بازه‌ی زمانی تعیین کرده است که در آن می‌تواند در جلسه‌ای شرکت کند (اگر جلسه خارج از بازه‌ی یک نماینده برگزار شود، او نمی‌تواند در آن جلسه شرکت کند). با پیشنهاد دستیارش، شهردار قصد دارد زمانی را برای این جلسه تعیین کند که اختلاف تعداد نمایندگان موافق از نمایندگان مخالف بیشینه باشد (شهردار می‌داند هر نماینده با او موافق است یا مخالف). الگوریتمی با پیچیدگی زمانی  $O(n \log(n))$  برای این کار ارائه دهید.



۳ (۲۵) شبکه‌ی شار روبرو را در نظر بگیرید. دو عدد روی هر یال نوشته شده‌اند: عدد اول ظرفیت یال و عدد دوم (داخل پرانتز) هزینه‌ی عبور هر واحد جریان از آن یال است. با نمایش جریان پس از هر اضافه کردن هر مسیر افزایشی، شار بیشینه با هزینه‌ی کمینه را در این گراف پیدا کنید (می‌توانید از الگوریتمی برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر استفاده کنید که با یال‌های منفی سازگار است؛ محاسبه‌ی پتانسیل لازم نیست).

۴ (۲۵) دو نفر نوبتی با تعدادی مهره بازی می‌کنند. هر نفر در نوبت خود سه یا پنج مهره بر می‌دارد و بازنده کسی است که در نوبتش نتواند حرکتی انجام دهد. جدولی بکشید که نشان دهد با هر تعداد مهره، نفر اول یا نفر دوم می‌تواند به صورتی بازی کند تا حتما برنده شود (تا ده مهره این کار را انجام دهید). در ضمن بیان کنید در حالت‌هایی که نفر اول می‌تواند برنده شود، چند مهره باید بردارد.

با آرزوی موفقیت شما در این آزمون، درخواست می‌کنم به نکته‌های زیر دقت کنید:

زمان آزمون هشتاد دقیقه است و نمره‌ی امتحان از صد و پنج محاسبه می‌شود. در زمان آزمون به پرسشی پاسخ داده نمی‌شود. اگر از الگوریتم‌های مطرح شده در کلاس در دو سؤال اول استفاده می‌کنید، بیان جزئیات آنها لازم نیست ولی ارتباط، شیوه‌ی استفاده از آنها و پیچیدگی الگوریتم حاصل را باید کامل و واضح بیان کنید.